

# Chapitre 1 : Equations du premier degré

## Opposés et inverses

L'**opposé** d'un nombre **a** est l'unique nombre qui, additionné à **a**, donne **0** :

$$a + \text{opposé} = 0$$

Exemple :

L'**opposé** de **6** est **-6** car  $6 + (-6) = 0$

L'**opposé** de **-3** est **3** car  $(-3) + 3 = 0$

De façon générale :

L'**opposé** de **a** est **-a**

Et plus simplement : si on a un nombre positif, son opposé est le même nombre avec le signe "moins" (-) devant. Si on a un nombre négatif, c'est le même nombre mais sans le signe "moins".

L'**inverse** d'un nombre **a** est l'unique nombre qui, multiplié par **a**, donne **1** :

$$a \times \text{inverse} = 1$$

Exemple :

L'**inverse** de **5** est  $\frac{1}{5}$  car  $5 \times \frac{1}{5} = 1$

L'**inverse** de  $\frac{1}{3}$  est **3** car  $\frac{1}{3} \times 3 = 1$

De façon générale :

L'**inverse** de **a** est  $\frac{1}{a}$

Par extension : Trouver l'inverse d'un nombre sous écriture fractionnaire, c'est inverser son numérateur avec son dénominateur.

Exemple : Le nombre  $\frac{12}{25}$  a pour **inverse**  $\frac{25}{12}$

$$\text{Car } \frac{12}{25} \times \frac{25}{12} = \frac{12 \times 25}{25 \times 12} = \frac{300}{300} = 1$$

# Manipulations mathématiques

## Soustraction (-)

Avoir un nombre  $a$  est le soustraire par un nombre  $b$ , c'est identique à additionner un nombre  $a$  par l'**opposé de  $b$**

Exemple :

Calculer  $3 - 6$  est identique à calculer  $3 + (-6)$

Calculer  $12 - (-3)$  est identique à calculer  $12 + (3)$

De façon générale :

$$a - b = a + (-b)$$

## Division (÷)

Avoir un nombre  $a$  et le diviser par un nombre  $b$ , c'est identique à multiplier le nombre par l'**inverse de  $b$**

Exemple :

Calculer  $3 \div 5$  (ou  $\frac{3}{5}$ ) est identique à calculer  $3 \times \frac{1}{5}$

Calculer  $12 \div \frac{1}{3}$  (ou  $\frac{12}{\frac{1}{3}}$ ) est identique à calculer  $12 \times \frac{3}{1}$

Dans ce dernier exemple,  $\frac{3}{1}$  étant égal à 1, on a tout simplement  $12 \times 3$

De façon générale :

$$a \div b = a \times \frac{1}{b}$$

## Rappel

### Somme ( $a + b$ )

Signes de $a$ et $b$	Identiques	Différents
Signe du résultat	Du même signe que les deux nombres $a$ et $b$	Signe du nombre le plus éloigné de 0 entre $a$ et $b$
Valeur du résultat	Somme des distances à zéro de $a$ et de $b$	Soustraction de leurs distance à 0

## Produit ( $a \times b$ )

Signes de a et b	Identiques	Différents
Signe du résultat	Toujours positif (+)	Toujours négatif (-)
Valeur du résultat	Multiplication (des distances à 0) de a et b	

## Egalité

Une égalité sépare deux expressions mathématiques qui ont la même valeur par un signe égal (=)

Exemple :

$$5(3 + 2) = 5 \times 3 + 5 \times 2$$

Les expressions valent toutes deux 25, elles sont égales.

Inversement, des expressions inégales sont indiquées par le symbole "différent de" ( $\neq$ )

Exemple :

$$8 + 2 \times 3 \neq (8 + 2) \times 3$$

L'expression de gauche vaut 14 (la multiplication est prioritaire sur l'addition), alors que celle de droite vaut 30. Elles sont donc différentes.

## Manipulations d'égalités

### Addition-soustraction

Ajouter ou soustraire le même nombre aux deux expressions ne change pas leurs égalités

Exemple

$$5(3 + 2) + 5 = 5 \times 3 + 5 \times 2 + 5$$

$$35 - 5 = 5 \times 7 - 5$$

Les expressions valent maintenant toutes deux 30, elles restent égales

### Multiplication-Division

De même, multiplier ou diviser l'entièreté des deux expressions ne changent pas l'égalité

$$2 \times (3 + 4) = 2 \times (5 + 2)$$

$$\frac{5(3 + 2)}{5} = \frac{5 \times (5)}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(3 + 2)}{5} = \frac{5 \times (5)}{5}$$

$$\Leftrightarrow 3 + 2 = 5$$

**Attention : On ne peut pas diviser par 0**

## Equations

Une équation est une égalité qui contient des variables appelées inconnues, généralement  $x$   
On cherchera généralement le  $x$  qui permet de rendre l'égalité vraie (trouver sa solution)

Exemple :

$$3 + x = 8$$

On cherche un nombre  $x$  qui additionné à 3 donne 8, il n'y a qu'une solution :

$$x = 5$$

Poser une équation est souvent utile pour résoudre des problèmes.

Exemple

Un pack de feutres coûte **8€**, à cela s'ajoute **la livraison à 15€**. J'ai dépensé **un total de 103€**.  
Combien de **pack de feutres** ont-ils été achetés ?

En posant mon inconnue comme  $x$  étant le **nombre de pack de feutre acheté**, j'obtiens :

$$8€ \times x + 15€ = 103€$$

On peut alors manipuler les égalités pour résoudre notre équation :

Par soustraction :

$$\begin{aligned} 8€ \times x + 15€ - 15€ &= 103€ - 15€ \\ 8€ \times x + \cancel{15€} - \cancel{15€} &= 103€ - 15€ \\ 8€ \times x &= 88€ \end{aligned}$$

Par division :

$$\begin{aligned} \frac{8€ \times x}{8€} &= \frac{88€}{8€} \\ \frac{8€ \times x}{\cancel{8€}} &= \frac{88€}{\cancel{8€}} \end{aligned}$$

$$x = 11$$

$x$  étant le **nombre de pack de feutre acheté**, on a donc acheté 11 packs de feutres pour 103€.

## Vérification

On peut vérifier notre solution en remplaçant  $x$  par la valeur trouvée :

$$\begin{aligned} 8€ \times 11 + 15€ \\ = 88€ + 15€ \\ = 103€ \end{aligned}$$

$x = 11$  est donc bien solution de l'équation, donc on a bien acheté 11 packs de feutres pour 103€