

Chapitre 1 : Equations du premier degré

Opposés et inverses

L'**opposé** d'un nombre a est l'unique nombre qui, additionné à a , donne 0 :

$$a + \text{opposé} = 0$$

Exemple :

L'**opposé** de 6 est -6 car $6 + (-6) = 0$

L'**opposé** de -3 est 3 car $(-3) + 3 = 0$

De façon générale :

$$\text{L}'\text{opposé de } a \text{ est } -a$$

Et plus simplement : si on a un nombre positif, son opposé est le même nombre avec le signe "moins" (-) devant. Si on a un nombre positif, c'est le même nombre mais sans le signe "moins".

L'**inverse** d'un nombre a est l'unique nombre qui, multiplié par a , donne 1 :

$$a \times \text{inverse} = 1$$

Exemple :

L'**inverse** de 5 est $\frac{1}{5}$ car $5 \times \frac{1}{5} = 1$

L'**inverse** de $\frac{1}{3}$ est 3 car $\frac{1}{3} \times 3 = 1$

De façon générale :

$$\text{L}'\text{inverse de } a \text{ est } \frac{1}{a}$$

Par extension : Trouver l'**inverse** d'un nombre sous écriture fractionnaire, c'est inverser son numérateur avec son dénominateur.

Exemple : Le nombre $\frac{12}{25}$ a pour **inverse** $\frac{25}{12}$

$$\text{Car } \frac{12}{25} \times \frac{25}{12} = \frac{12 \times 25}{25 \times 12} = \frac{300}{300} = 1$$

Manipulations mathématiques

Soustraction (-)

Avoir un nombre a est le soustraire par un nombre b , c'est identique à additionner un nombre a par l'**opposé de b**

Exemple :

Calculer $3 - 6$ est identique à calculer $3 + (-6)$

Calculer $12 - (-3)$ est identique à calculer $12 + (3)$

De façon générale :

$$a - b = a + (-b)$$

Division (÷)

Avoir un nombre a et le diviser par un nombre b , c'est identique à multiplier le nombre par l'**inverse de b**

Exemple :

Calculer $3 \div 5$ (ou $\frac{3}{5}$) est identique à calculer $3 \times \frac{1}{5}$

Calculer $12 \div \frac{1}{3}$ (ou $\frac{12}{\frac{1}{3}}$) est identique à calculer $12 \times \frac{3}{1}$

Dans ce dernier exemple, $\frac{3}{1}$ étant égal à 1, on a tout simplement 12×3

De façon générale :

$$a \div b = a \times \frac{1}{b}$$

Rappel

Somme ($a + b$)

Signes de a et b	Identiques	Différents
Signe du résultat	Du même signe que les deux nombres a et b	Signe du nombre le plus éloigné de 0 entre a et b
Valeur du résultat	Somme des distances à zéro de a et de b	Soustraction de leurs distance à 0

Produit (a × b)

Signes de a et b	Identiques	Différents
Signe du résultat	Toujours positif (+)	Toujours négatif (-)
Valeur du résultat	Multiplication (des distances à 0) de a et b	

Egalité

Une égalité sépare deux expressions mathématiques qui ont la même valeur par un signe égal (=)

Exemple :

$$5(3 + 2) = 5 \times 3 + 5 \times 2$$

Les expressions valent toutes deux 25, elles sont égales.

Inversement, des expressions inégales sont indiquées par le symbole "différent de" (≠)

Exemple :

$$8 + 2 \times 3 \neq (8 + 2) \times 3$$

L'expression de gauche vaut 14 (la multiplication est prioritaire sur l'addition), alors que celle de droite vaut 30. Elles sont donc différentes.

Manipulations d'égalités

Addition-soustraction

Ajouter ou soustraire le même nombre aux deux expressions ne change pas leurs égalités

Exemple

$$5(3 + 2) + 5 = 5 \times 3 + 5 \times 2 + 5$$

$$35 - 5 = 5 \times 7 - 5$$

Les expressions valent maintenant toutes deux 30, elles restent égales

Multiplication-Division

De même, multiplier ou diviser l'entièreté des deux expressions ne changent pas l'égalité

$$2 \times (3 + 4) = 2 \times (5 + 2)$$

$$\frac{5(3 + 2)}{5} = \frac{5 \times (5)}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(3 + 2)}{5} = \frac{5 \times (5)}{5}$$

$$\Leftrightarrow 3 + 2 = 5$$

Attention : On ne peut pas diviser par 0

Equations

Une équation est une égalité qui contient des variables appelées inconnues, généralement x
On cherchera généralement le x qui permet de rendre l'égalité vraie (trouver sa solution)

Exemple :

$$3 + x = 8$$

On cherche un nombre x qui additionné à 3 donne 8, il n'y a qu'une solution :

$$x = 5$$

Poser une équation est souvent utile pour résoudre des problèmes.

Exemple

Un pack de feutres coutent **8€**, à cela s'ajoute **la livraison à 15€**. J'ai dépensé **un total de 103€**.
Combien de **pack de feutres** ont-ils été achetés ?

En posant mon inconnue comme x étant le **nombre de pack de feutre acheté**, j'obtiens :

$$8\text{€} \times x + 15\text{€} = 103\text{€}$$

On peut alors manipuler les égalités pour résoudre notre équation :

Par soustraction :

$$\begin{aligned} 8\text{€} \times x + 15\text{€} - 15\text{€} &= 103\text{€} - 15\text{€} \\ 8\text{€} \times x + 15\text{€} - 15\text{€} &= 103\text{€} - 15\text{€} \\ 8\text{€} \times x &= 88\text{€} \end{aligned}$$

Par division :

$$\begin{aligned} \frac{8\text{€} \times x}{8\text{€}} &= \frac{88\text{€}}{8\text{€}} \\ \frac{8\text{€} \times x}{8\text{€}} &= \frac{88\text{€}}{8\text{€}} \end{aligned}$$

$$x = 11$$

x étant le **nombre de pack de feutre acheté**, on a donc acheté 11 packs de feutres pour 103€.

Vérification

On peut vérifier notre solution en remplaçant x par la valeur trouvée :

$$\begin{aligned} 8\text{€} \times 11 + 15\text{€} \\ = 88\text{€} + 15\text{€} \\ = 103\text{€} \end{aligned}$$

$x = 11$ est donc bien solution de l'équation, donc on a bien acheté 11 packs de feutres pour 103€